Station 1 — Ein- und Ausatmen – Lösung

So nutzt ihr dieses Blatt: Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Ihr kommt nicht weiter? Lest zuerst nur den **Tipp** zur Teilaufgabe und versucht es noch einmal – erst danach in die Lösung schauen. Korrigiert im Heft mit einem anderen Stift. **Auch dieses Blatt bleibt liegen.**

Spickzettel: $f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x - c)\big) + d$

$a = \dfrac{\text{Max} - \text{Min}}{2}$ (Amplitude) $\quad d = \dfrac{\text{Max} + \text{Min}}{2}$ (Mittellinie) $\quad b = \dfrac{2\pi}{p}$ (p = Periodenlänge) $\quad c$ = Startpunkt: Mittellinie wird **aufwärts** geschnitten

Startpunkt finden: $c = x_{\text{Hochpunkt}} - \frac{p}{4}$ oder $c = x_{\text{Tiefpunkt}} + \frac{p}{4}$. **Taschenrechner auf RAD!**

(a)

Tipp: *Ein Atemzug dauert 5 s. Wie oft passen 5 s in 60 s?*

Lösung: $60 : 5 = 12$

Antwort: Lena macht 12 Atemzüge pro Minute.

(b)

Tipp: *Max = 2,9 l (nach dem Einatmen), Min = 2,4 l (nach dem Ausatmen), Periodenlänge $p = 5$ s.*

Lösung: $a = \dfrac{2{,}9 - 2{,}4}{2} = 0{,}25 \qquad d = \dfrac{2{,}9 + 2{,}4}{2} = 2{,}65 \qquad b = \dfrac{2\pi}{5} \approx 1{,}257$

(c)

Tipp: *Bei $t = 0$ hat Lena ganz ausgeatmet – die Kurve ist also im **Tiefpunkt**. Der Startpunkt (Mittellinie, aufwärts) kommt eine Viertelperiode später.*

Lösung: $c = 0 + \frac{5}{4} = 1{,}25 \quad \Rightarrow \quad V(t) = 0{,}25 \cdot \sin\big(1{,}257 \cdot (t - 1{,}25)\big) + 2{,}65$

Typischer Fehler: $c = 0$ setzen. Dann wäre Lena bei $t = 0$ genau in der Mitte zwischen Ein- und Ausatmen.

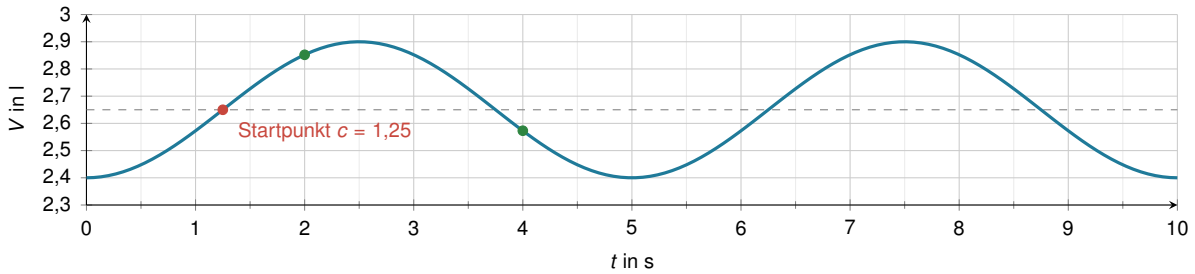
(d)

Tipp: *Setzt $t = 2$ bzw. $t = 4$ ein. Zuerst die Klammer ausrechnen, dann mit b multiplizieren, dann* sin*, dann mal a, dann + d. RAD!*

Lösung: $V(2) = 0{,}25 \cdot \sin\big(1{,}257 \cdot 0{,}75\big) + 2{,}65 \approx 2{,}85 \qquad V(4) = 0{,}25 \cdot \sin\big(1{,}257 \cdot 2{,}75\big) + 2{,}65 \approx 2{,}57$

Hochpunkt bei $t = 1{,}25 + 1{,}25 = 2{,}5$: Vor 2,5 s steigt die Kurve, danach fällt sie bis zum Tiefpunkt bei $t = 5$.

Antwort: Nach 2 s sind etwa 2,85 l Luft in der Lunge, Lena atmet gerade ein. Nach 4 s sind es etwa 2,57 l, sie atmet gerade aus.



★ **Für Schnelle:** $a = \frac{3{,}6-2{,}0}{2} = 0{,}8$, $d = \frac{3{,}6+2{,}0}{2} = 2{,}8$, $b = \frac{2\pi}{2} = \pi \approx 3{,}14$. Alle drei ändern sich. Beginnt die Messung wieder nach dem Ausatmen, ändert sich auch c: $c = \frac{2}{4} = 0{,}5$.

Station 2 — Der Herzschlag – Lösung

So nutzt ihr dieses Blatt: Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Ihr kommt nicht weiter? Lest zuerst nur den **Tipp** zur Teilaufgabe und versucht es noch einmal – erst danach in die Lösung schauen. Korrigiert im Heft mit einem anderen Stift. **Auch dieses Blatt bleibt liegen.**

Spickzettel: $f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x - c)\big) + d$

$a = \dfrac{\text{Max} - \text{Min}}{2}$ (Amplitude) $\quad d = \dfrac{\text{Max} + \text{Min}}{2}$ (Mittellinie) $\quad b = \dfrac{2\pi}{p}$ (p = Periodenlänge) $\quad c$ = Startpunkt: Mittellinie wird **aufwärts** geschnitten

Startpunkt finden: $c = x_{\text{Hochpunkt}} - \frac{p}{4}$ oder $c = x_{\text{Tiefpunkt}} + \frac{p}{4}$. **Taschenrechner auf RAD!**

(a)

Tipp: *Sucht den höchsten und tiefsten Punkt der Kurve. Für die Periodenlänge: Abstand zwischen zwei Hochpunkten.*

Lösung: Max = 120 mmHg, Min = 80 mmHg. Hochpunkte bei $t = 0{,}3$ und $t = 1{,}1 \Rightarrow p = 1{,}1 - 0{,}3 = 0{,}8$ s.

(b)

Lösung: $a = \dfrac{120 - 80}{2} = 20 \qquad d = \dfrac{120 + 80}{2} = 100 \qquad b = \dfrac{2\pi}{0{,}8} \approx 7{,}854$

(c)

Tipp: *Zeichnet die Mittellinie $y = 100$ gedanklich ein. Wo schneidet die Kurve sie zum ersten Mal **von unten nach oben**?*

Lösung: Die Kurve schneidet $y = 100$ aufwärts bei $t = 0{,}1 \;\Rightarrow\; c = 0{,}1$

$p(t) = 20 \cdot \sin\big(7{,}854 \cdot (t - 0{,}1)\big) + 100$

Typischer Fehler: Den Schnittpunkt bei $t = 0{,}5$ nehmen – dort fällt die Kurve. Auch richtig wäre $c = 0{,}9$ (eine Periode später).

(d)

Tipp: *Wie oft passen 0,8 s in 60 s?*

Lösung: $60 : 0{,}8 = 75$. *Antwort:* Das Herz schlägt 75-mal pro Minute.

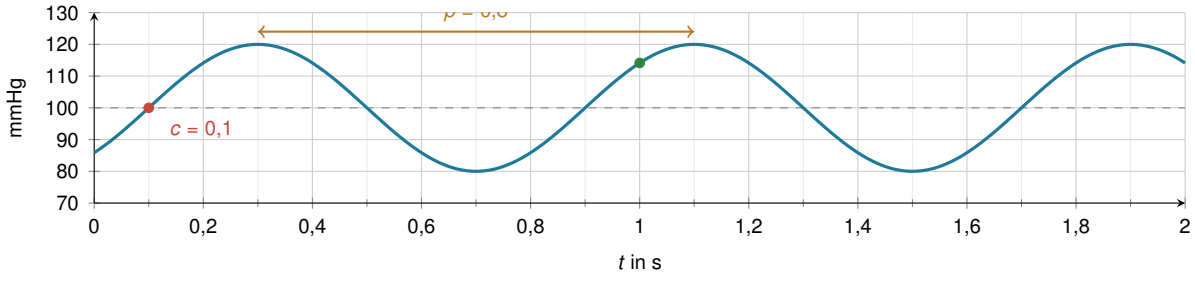
(e)

Lösung: $p(1) = 20 \cdot \sin\big(7{,}854 \cdot 0{,}9\big) + 100 \approx 114$

Kontrolle: Bei $t = 1$ steigt die Kurve zum Hochpunkt ($t = 1{,}1$) an und liegt bei etwa 114. ✓

Antwort: Nach 1 Sekunde beträgt der Blutdruck etwa 114 mmHg.

Typischer Fehler: Taschenrechner auf DEG – dann kommt etwa 102 heraus.



★ **Für Schnelle:** $a = \frac{140-90}{2} = 25$, $d = \frac{140+90}{2} = 115$.

Station 3 — Das Wetter in Berlin – Lösung

So nutzt ihr dieses Blatt: Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Ihr kommt nicht weiter? Lest zuerst nur den **Tipp** zur Teilaufgabe und versucht es noch einmal – erst danach in die Lösung schauen. Korrigiert im Heft mit einem anderen Stift. **Auch dieses Blatt bleibt liegen.**

Spickzettel: $f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x - c)\big) + d$

$a = \dfrac{\text{Max} - \text{Min}}{2}$ (Amplitude) $\quad d = \dfrac{\text{Max} + \text{Min}}{2}$ (Mittellinie) $\quad b = \dfrac{2\pi}{p}$ (p = Periodenlänge) $\quad c$ = Startpunkt: Mittellinie wird **aufwärts** geschnitten

Startpunkt finden: $c = x_{\text{Hochpunkt}} - \frac{p}{4}$ oder $c = x_{\text{Tiefpunkt}} + \frac{p}{4}$. **Taschenrechner auf RAD!**

(a)

Tipp: *Höchster Wert der Tabelle: Juli. Niedrigster Wert: Januar.*

Lösung: Max = 19,5 °C, Min = 0,5 °C. $\quad a = \dfrac{19{,}5 - 0{,}5}{2} = 9{,}5 \quad d = \dfrac{19{,}5 + 0{,}5}{2} = 10$

(b)

Tipp: *Der Temperaturverlauf wiederholt sich jedes Jahr.*

Lösung: $p = 12$ Monate $\Rightarrow \; b = \dfrac{2\pi}{12} = \dfrac{\pi}{6} \approx 0{,}524$

(c)

Tipp: *Juli ist der Hochpunkt. Der Startpunkt liegt eine Viertelperiode (= 3 Monate) davor.*

Lösung: $c = 7 - \frac{12}{4} = 7 - 3 = 4 \quad \Rightarrow \quad T(x) = 9{,}5 \cdot \sin\big(0{,}524 \cdot (x - 4)\big) + 10$

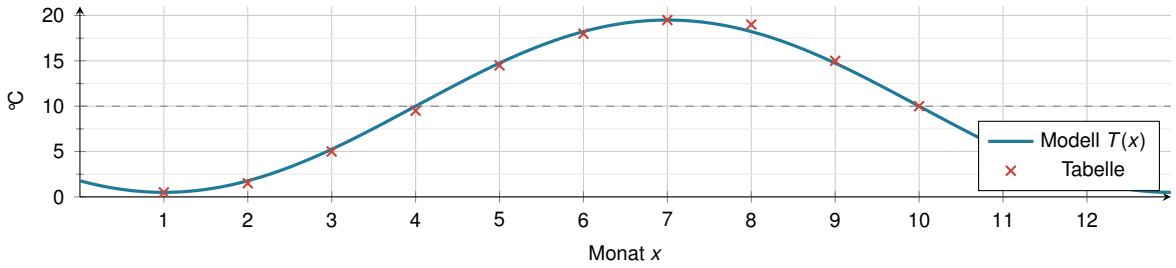
Antwort: Im April ($x = 4$) ist es laut Modell so warm wie im Jahresdurchschnitt (10 °C). Das gilt auch für den Oktober ($x = 10$), dort fällt die Kurve.

(d)

Lösung: $T(6) = 9{,}5 \cdot \sin\big(0{,}524 \cdot 2\big) + 10 \approx 18{,}23$ (Tabelle: 18,0 $\Rightarrow$ Abweichung 0,23 °C)

$T(11) = 9{,}5 \cdot \sin\big(0{,}524 \cdot 7\big) + 10 \approx 5{,}25$ (Tabelle: 5,0 $\Rightarrow$ Abweichung 0,25 °C)

Antwort: Das Modell liefert für Juni etwa 18,2 °C und für November etwa 5,3 °C. Beide Werte weichen nur um ein Viertelgrad von der Tabelle ab.



★ **Für Schnelle:** Modell April bis September: 10 – 14,75 – 18,23 – 19,5 – 18,23 – 14,75. Abweichungen: 0,5 – 0,25 – 0,23 – 0 – **0,77** – 0,25. Am stärksten weicht der **August** ab. Alle Abweichungen sind kleiner als 1 °C – das Modell beschreibt den Verlauf gut. In Wirklichkeit bleibt es im Spätsommer etwas länger warm, als die symmetrische Sinuskurve vorhersagt.

Station 4 — Die Mondphasen – Lösung

So nutzt ihr dieses Blatt: Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Ihr kommt nicht weiter? Lest zuerst nur den **Tipp** zur Teilaufgabe und versucht es noch einmal – erst danach in die Lösung schauen. Korrigiert im Heft mit einem anderen Stift. **Auch dieses Blatt bleibt liegen.**

Spickzettel: $f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x - c)\big) + d$

$a = \dfrac{\text{Max} - \text{Min}}{2}$ (Amplitude) $\quad d = \dfrac{\text{Max} + \text{Min}}{2}$ (Mittellinie) $\quad b = \dfrac{2\pi}{p}$ (p = Periodenlänge) $\quad c$ = Startpunkt: Mittellinie wird **aufwärts** geschnitten

Startpunkt finden: $c = x_{\text{Hochpunkt}} - \frac{p}{4}$ oder $c = x_{\text{Tiefpunkt}} + \frac{p}{4}$. **Taschenrechner auf RAD!**

(a)

Tipp: *Max = 100 %, Min = 0 %, Periodenlänge 29,5 Tage.*

Lösung: $a = \dfrac{100 - 0}{2} = 50 \qquad d = \dfrac{100 + 0}{2} = 50 \qquad b = \dfrac{2\pi}{29{,}5} \approx 0{,}213$

(b)

Tipp: *Neumond bei $x = 0$ heißt: Tiefpunkt bei $x = 0$. Der Startpunkt liegt eine Viertelperiode **danach**.*

Lösung: $c = 0 + \frac{29{,}5}{4} = 7{,}375 \quad \Rightarrow \quad M(x) = 50 \cdot \sin\big(0{,}213 \cdot (x - 7{,}375)\big) + 50$

(c)

Tipp: *Vom Tiefpunkt bis zum nächsten Hochpunkt vergeht eine halbe Periode.*

Lösung: $\frac{29{,}5}{2} = 14{,}75$

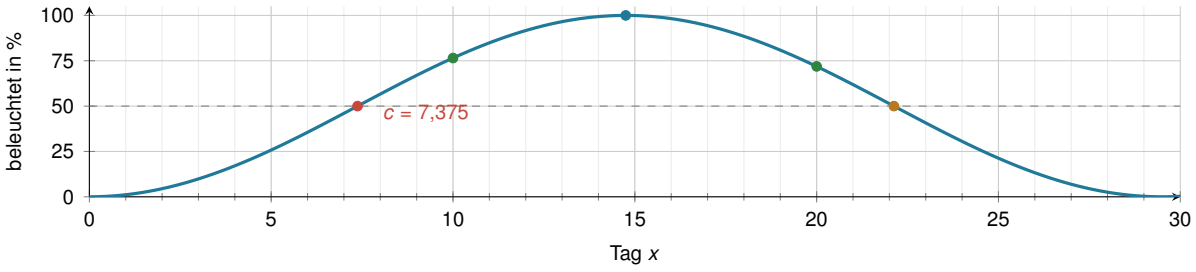
Antwort: Der erste Vollmond ist nach 14,75 Tagen, also etwa an Tag 15.

(d)

Lösung: $M(10) = 50 \cdot \sin\big(0{,}213 \cdot 2{,}625\big) + 50 \approx 77 \qquad M(20) = 50 \cdot \sin\big(0{,}213 \cdot 12{,}625\big) + 50 \approx 72$

Antwort: An Tag 10 sind etwa 77 %, an Tag 20 etwa 72 % der Mondscheibe beleuchtet.

Die Werte sind ähnlich, weil beide Tage ungefähr gleich weit vom Vollmond (Tag 14,75) entfernt sind: Tag 10 liegt 4,75 Tage davor (der Mond nimmt zu), Tag 20 liegt 5,25 Tage danach (der Mond nimmt ab). Die Sinuskurve ist um den Hochpunkt symmetrisch.



★ **Für Schnelle:** 50 % ist genau die Mittellinie. Aufwärts geschnitten wird sie im Startpunkt ($x = 7{,}375$, zunehmender Halbmond), abwärts eine halbe Periode später (7,375 + 14,75 = 22,125, abnehmender Halbmond). Also etwa an **Tag 7 und Tag 22**.

Station 5 Strom aus der Steckdose – Lösung

So nutzt ihr dieses Blatt: Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Ihr kommt nicht weiter? Lest zuerst nur den **Tipp** zur Teilaufgabe und versucht es noch einmal – erst danach in die Lösung schauen. Korrigiert im Heft mit einem anderen Stift. **Auch dieses Blatt bleibt liegen.**

Spickzettel: $f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x - c)\big) + d$

$a = \dfrac{\text{Max} - \text{Min}}{2}$ (Amplitude) $d = \dfrac{\text{Max} + \text{Min}}{2}$ (Mittellinie) $b = \dfrac{2\pi}{p}$ (p = Periodenlänge) c = Startpunkt: Mittellinie wird **aufwärts** geschnitten

Startpunkt finden: $c = x_{\text{Hochpunkt}} - \frac{p}{4}$ oder $c = x_{\text{Tiefpunkt}} + \frac{p}{4}$. **Taschenrechner auf RAD!**

(a)

Tipp: *Vergleicht $U(t) = 325 \cdot \sin\big(100\pi \cdot t\big)$ mit $a \cdot \sin\big(b \cdot (t - c)\big) + d$. Was steht da, wo c und d stehen müssten?*

Lösung: $a = 325$, $b = 100\pi \approx 314{,}16$, $c = 0$, $d = 0$.

Antwort: Die größte Spannung ist +325 V, die kleinste −325 V (die Mittellinie ist $d = 0$).

(b)

Tipp: *Umgestellt:* $p = \dfrac{2\pi}{b}$.

Lösung: $p = \dfrac{2\pi}{100\pi} = \dfrac{2}{100} = 0{,}02$ s $= 20$ ms. Schwingungen pro Sekunde: $1 : 0{,}02 = 50$.

Antwort: Eine Schwingung dauert 0,02 s bzw. 20 ms. Die Frequenz beträgt 50 Hertz.

(c)

Lösung: $U(0{,}003) = 325 \cdot \sin(100\pi \cdot 0{,}003) = 325 \cdot \sin(0{,}3\pi) \approx 263$ V

$U(0{,}013) = 325 \cdot \sin(100\pi \cdot 0{,}013) = 325 \cdot \sin(1{,}3\pi) \approx -263$ V

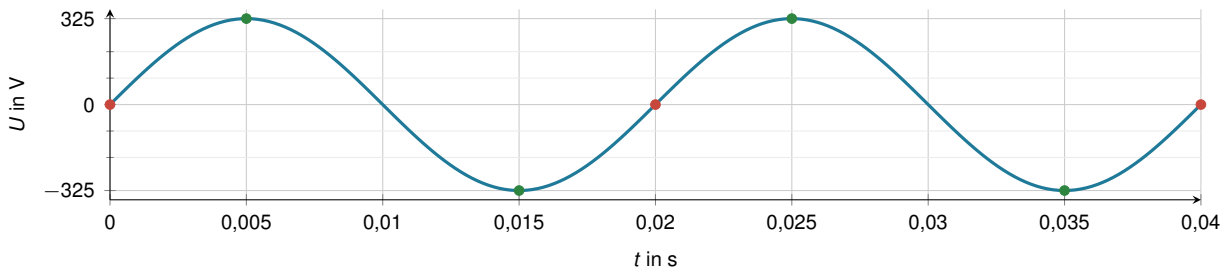
Der zweite Zeitpunkt liegt genau eine halbe Periode (0,01 s) später – deshalb gleicher Betrag, anderes Vorzeichen.

Typischer Fehler: 100π falsch eintippen. Sicherer: Klammern setzen, also $\sin(100 \cdot \pi \cdot 0{,}003)$.

(d)

Tipp: *Eine Periode (0,02 s) in vier Teile à 0,005 s teilen: Start – Hochpunkt – Mitte – Tiefpunkt – Start.*

Lösung: Startpunkte (0|0), (0,02|0), (0,04|0); Hochpunkte (0,005|325), (0,025|325); Tiefpunkte (0,015| − 325), (0,035| − 325); Nullstellen abwärts bei 0,01 und 0,03.



★ **Für Schnelle:** $a = 170$; 60 Schwingungen pro Sekunde $\Rightarrow p = \frac{1}{60}$ s, $b = \frac{2\pi}{1/60} = 120\pi \approx 377$. $U(t) = 170 \cdot \sin(120\pi \cdot t)$

Station 6 — Das Fahrradpedal – Lösung

So nutzt ihr dieses Blatt: Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Ihr kommt nicht weiter? Lest zuerst nur den **Tipp** zur Teilaufgabe und versucht es noch einmal – erst danach in die Lösung schauen. Korrigiert im Heft mit einem anderen Stift. **Auch dieses Blatt bleibt liegen.**

Spickzettel: $f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x - c)\big) + d$

$a = \dfrac{\text{Max} - \text{Min}}{2}$ (Amplitude) $\quad d = \dfrac{\text{Max} + \text{Min}}{2}$ (Mittellinie) $\quad b = \dfrac{2\pi}{p}$ (p = Periodenlänge) $\quad c$ = Startpunkt: Mittellinie wird **aufwärts** geschnitten

Startpunkt finden: $c = x_{\text{Hochpunkt}} - \frac{p}{4}$ oder $c = x_{\text{Tiefpunkt}} + \frac{p}{4}$. **Taschenrechner auf RAD!**

(a)

Tipp: *Das Pedal ist höchstens 17 cm über der Achse und mindestens 17 cm unter der Achse.*

Lösung: Höchster Punkt: $28 + 17 = 45$ cm, tiefster Punkt: $28 - 17 = 11$ cm.

(b)

Lösung: $a = \dfrac{45 - 11}{2} = 17$ (= Kurbellänge) $\quad d = \dfrac{45 + 11}{2} = 28$ (= Höhe der Achse) $\quad b = \dfrac{2\pi}{1{,}2} \approx 5{,}236$

(c)

Tipp: *Bei $t = 0$ ist das Pedal ganz oben – das ist ein Hochpunkt. Der Startpunkt liegt eine Viertelperiode **davor**.*

Lösung: $c = 0 - \frac{1{,}2}{4} = -0{,}3 \quad \Rightarrow \quad h(t) = 17 \cdot \sin\big(5{,}236 \cdot (t + 0{,}3)\big) + 28$

Aus $t - (-0{,}3)$ wird $t + 0{,}3$. Ebenfalls richtig: $c = 0{,}9$ (eine Periode später).

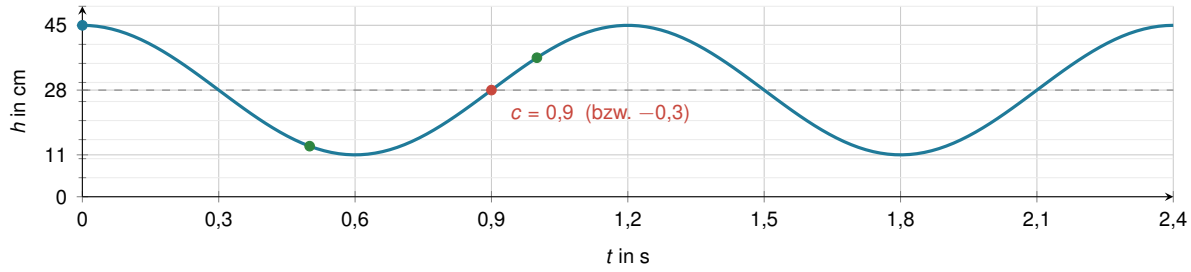
Typischer Fehler: $c = +0{,}3$ nehmen, also $(t - 0{,}3)$. Dann wäre das Pedal bei $t = 0{,}6$ oben, nicht bei $t = 0$.

(d)

Lösung: $h(0{,}5) = 17 \cdot \sin\big(5{,}236 \cdot 0{,}8\big) + 28 \approx 13{,}3 \quad h(1) = 17 \cdot \sin\big(5{,}236 \cdot 1{,}3\big) + 28 \approx 36{,}5$

Plausibel: Der tiefste Punkt wird bei $t = 0{,}6$ erreicht, nach 0,5 s ist das Pedal also fast ganz unten. Nach 1 s ist es wieder auf dem Weg nach oben (oben bei $t = 1{,}2$).

Antwort: Nach 0,5 s ist das Pedal etwa 13,3 cm, nach 1 s etwa 36,5 cm über dem Boden.



★ Für Schnelle: $p = 60 : 80 = 0{,}75$ s. Neu: $b = \frac{2\pi}{0{,}75} \approx 8{,}378$. Steht das Pedal bei $t = 0$ wieder oben, ändert sich auch c: $c = -\frac{0{,}75}{4} = -0{,}1875$.

Station 7 — Die innere Uhr – Lösung

So nutzt ihr dieses Blatt: Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Ihr kommt nicht weiter? Lest zuerst nur den **Tipp** zur Teilaufgabe und versucht es noch einmal – erst danach in die Lösung schauen. Korrigiert im Heft mit einem anderen Stift. **Auch dieses Blatt bleibt liegen.**

Spickzettel: $f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x - c)\big) + d$

$a = \dfrac{\text{Max} - \text{Min}}{2}$ (Amplitude) $\quad d = \dfrac{\text{Max} + \text{Min}}{2}$ (Mittellinie) $\quad b = \dfrac{2\pi}{p}$ (p = Periodenlänge) $\quad c$ = Startpunkt: Mittellinie wird **aufwärts** geschnitten

Startpunkt finden: $c = x_{\text{Hochpunkt}} - \frac{p}{4}$ oder $c = x_{\text{Tiefpunkt}} + \frac{p}{4}$. **Taschenrechner auf RAD!**

(a)

Lösung: $a = \dfrac{37{,}2 - 36{,}4}{2} = 0{,}4 \qquad d = \dfrac{37{,}2 + 36{,}4}{2} = 36{,}8$

(b)

Tipp: *Der Verlauf wiederholt sich jeden Tag. Wie viele Stunden hat ein Tag?*

Lösung: $p = 24\ \text{h} \Rightarrow b = \dfrac{2\pi}{24} = \dfrac{\pi}{12} \approx 0{,}262$

(c)

Tipp: *Zwischen Tiefpunkt (4 Uhr) und Hochpunkt (16 Uhr) liegt die halbe Periode. Der Startpunkt liegt genau dazwischen.*

Lösung: $c = 4 + \frac{24}{4} = 10$ (oder: $16 - 6 = 10$) $\Rightarrow$ $K(x) = 0{,}4 \cdot \sin\big(0{,}262 \cdot (x - 10)\big) + 36{,}8$

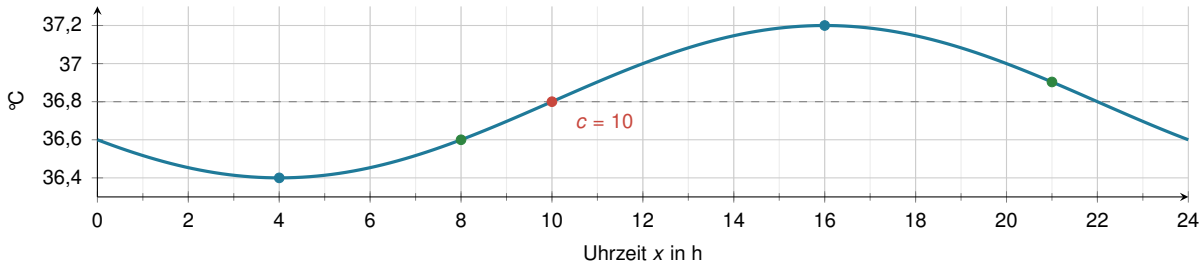
Antwort: Um 10 Uhr vormittags erreicht die Körpertemperatur ihren Mittelwert von 36,8 °C.

(d)

Lösung: $K(8) = 0{,}4 \cdot \sin\big(0{,}262 \cdot (-2)\big) + 36{,}8 \approx 36{,}60 \qquad K(21) = 0{,}4 \cdot \sin\big(0{,}262 \cdot 11\big) + 36{,}8 \approx 36{,}90$

Antwort: Um 8 Uhr beträgt die Körpertemperatur etwa 36,60 °C, um 21 Uhr etwa 36,90 °C.

Typischer Fehler: Bei $x = 8$ wird die Klammer negativ: $8 - 10 = -2$. Das ist richtig so – das Minuszeichen muss mit in den Taschenrechner.



★ Für Schnelle: Nur der Startpunkt verschiebt sich um 8 Stunden: $c = 10 + 8 = 18$. a, b und d bleiben gleich: $K(x) = 0{,}4 \cdot \sin\big(0{,}262 \cdot (x - 18)\big) + 36{,}8$